

1. OPŠTI POJMOVI

1.1. Definicija, zadatak i podela geodezije. Princip kontrole

Geodezija je termin koji je nastao od grčkih reči “geo” – zemlja i “dezija” – deliti, odnosno u bukvalnom prevodu “deoba zemlje”.

Stara definicija (Helmert, 1880.):

Geodezija je nauka merenja i predstavljanja zemljine površi.

Definicija

Geodezija je nauka koja se bavi merenjem i predstavljanjem zemlje, uključujući i njeno gravitaciono polje, u trodimenzionom prostoru koji se menja vremenom.

U pitanju je grana primenjene matematike koja određuje oblik i površinu delova zemljine površi, kao i oblik cele zemlje.

Klasična podela:

1. Viša ili naučna geodezija - bavi se oblikom i dimenzijama Zemlje, kao i gravitacionim poljem (uzima u obzir zakrivljenost) i
2. Niža ili praktična geodezija - bavi se premerom zemljišta na osnovu koga se izrađuju planovi, npr. situacioni, geodetski, katastarski (ne uzima u obzir zakrivljenost). Radovi iz niže geodezije se nadovezuju na radove iz više geodezije.

U geodeziji je razvijeno niz poddisciplina:

- geometrijska;
- fizička;
- satelitska;
- matematička;
- kosmička;
- inercijalna itd.

Savremena sistematizacija funkcija geodezije:

1. Određivanje položaja tačaka (pozicioniranje) - može biti pojedinačno ili kao deo mreže, apsolutno (u odnosu na koordinatni sistem) i relativno (u odnosu na druge tačke).
2. Izučavanje Zemljinog gravitacionog polja - poznavanje gravitacionog polja je neophodno za transformaciju geodetskih opažanja, izvršenih u fizičkom prostoru, u

geometrijski prostor u kome se definišu položaji. Neophodno je i u projektima koji se odnose na fizičko okruženje.

3. Proučavanje promena položaja i gravitacionog polja tokom vremena - ove promene se mogu pripisati brojnim uticajima: opterećenje i rasterećenje zemljine kore, tektonske sile, plima itd. Uzroci pripadaju geofizici ali je geometrijski aspekt u domenu geodezije.

Geodezija se razvijala kao praktična geometrija i sastojala se iz merenja koja se obavljaju na terenu i njihove obrade u birou, u cilju izrade planova i karata. Pri tome su moguće greške i pored odgovarajuće pažnje i savesnog rada, te je neophodno dosledno poštovati princip kontrole u svim fazama rada.

Geodetski radovi se sastoje iz merenja, koja se obavljaju na terenu i njihove obrade koja se obavlja u kancelariji. U tom procesu se i pored najveće pažnje geodetskih stručnjaka javljaju greške. Zato se princip kontrole dosledno poštuje u svim fazama geodetskih radova.

Princip kontrole je osnovni princip u svim vrstama geodetskih (terenskih i računskih) radova.

Kontrola terenskih merenja se vrši:

- merenjem određenih veličina više puta;
- proverom da li mereni rezultati stoje u unapred definisanim matematičkim uslovima.

Kontrola računanja i kartiranja:

- takođe neophodna i zavisi od vrste računanja i načina kartiranja.

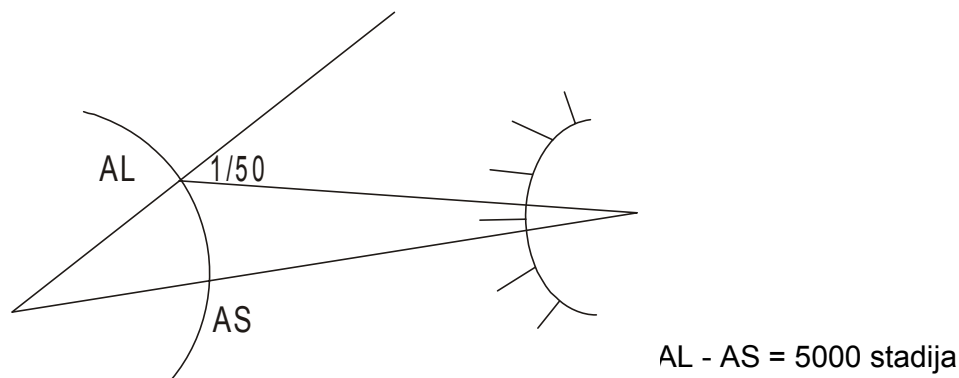
U toku merenja pojavljuju se odstupanja, koja se moraju nalaziti u granicama dozvoljenih odstupanja. Dozvoljena odstupanja predstavljaju kriterijum za praćenje i kontrolu geodetskih merenja i računanja.

1.2. Pregled razvoja geodezije kroz istoriju

Razvoj geodezije kroz istoriju, može se posmatrati kroz više epoha:

- Počeci izučavanja geometrije zemlje posredstvom opažanja nebeskih tela.
- Geodezija sa astronomijom - jedna od najstarijih nauka.
- Prvi tragovi - Vavilon; Asirci; Egipćani; Grci.
- Stari naziv - praktična geometrija.

- Poplave Nila.
- Prvi pisani plan - Egipat (XVII vek p.n.e.).
- Od Egipćana preuzimaju Grci - Tales (VI vek p.n.e.) filozof i matematičar, kao i svi misleći ljudi onoga vremena, bavi se geodezijom. Osnivač trigonometrije, teorija o Zemlji.
- Anaksimandar (Talesov savremenik). Zemlja kao cilindar sa osom u pravcu istok-zapad. Prvi koristio koncept nebeske sfere.
- Anaksimor (njegov učenik). Zemlja unutar konačnog okeana koji se održava komprimovanim vazduhom.
- Pitagora (IV vek p.n.e.) prvi zaključuje da je Zemlja sfernog oblika što dokazuje Aristotel i nagoveštava postojanje gravitacije.
- Eratosten (III vek p.n.e.) najznačajniji. Prva merenja u cilju određivanja oblika i dimenzija Zemlje (slika 1.1.).



Slika 1.1 : *Prikaz Eratostenovih merenja*

Zaključak je da je obim Zemlje 250 000 stadija, što odgovara poluprečniku od 5950 km (greška manja od 10%).

Veliki broj naučnika se bavio određivanjem oblika i veličine Zemlje na osnovu merenja dužine meridijana i centralnog ugla - stepenska merenja. Nabrojaćemo neke:

- Heron (I vek n.e.) piše praktičnu geometriju, a u to vreme Ptolomej izdaje "Almagest" (geocentrični sistem, značajan do XVII veka do kada traje i period stagnacije).
- Putovanja Kolumba, Vaska de Game, Magelana, itd. (XVI vek) utiču na razvoj kartografije.

- Kopernik, Bruno, Kepler, Galilej (XVI i XVII vek) zbog heliocentrične teorije proganjani od katoličke crkve.
- Snelijus (XVII vek) upotrebljava metod za određivanje dužine meridijana pomoću merenja dužina i uglova - triangulacija. Sa Pikarom pokazao da su terenska geodetska merenja uglova i dužina oruđe za relativno pozicioniranje.
- Njutn (XVII vek) je na osnovu Zakona gravitacije zaključio da je Zemlja spljoštena na polovima.
- Ruđer Bošković (XVIII vek) je unapredio tehniku merenja, predložio kontrolu suvišnim merenjima, predložio izravnaje uz uslov da zbir apsolutnih vrednosti popravaka bude minimalan.
- Gaus (XIX vek) - teorija geodetske linije, geodetske krivine, trigonometrijska mreža Hanovera, izravnaje metodom najmanjih kvadrata.

U XX veku, pojava računara i savremenih tehnologija menjaju razmišljanje geodeta:

- Elektronsko merenje dužina - revolucionarna promena u terenskim geodetskim merenjima.
- Lansiranjem satelita omogućeno pozicioniranje tačaka bez njihovog međusobnog dogledanja - GPS.
- Primena i razvoj mikroelektronike unapredila sve vrste geodetskih merenja.

1.3. Geodezija i ostale nauke

U posebne discipline koje su se izdvojile iz geodezije mogu se svrstati:

TEORIJSKE OSNOVE GEODEZIJE pre svega čine:

- Matematika - osnovni gradivni element geodezije koji obezbeđuje metode za analizu i obradu rezultata merenja. Geodezija je grana primenjene matematike i u suštini je geometrija primenjena na zemljinoj površi.
- Fizika - merenja se izvode u fizičkom prostoru, te se moraju poznavati zakonitosti unutar njega. To se odnosi, pre svega, na gravitaciono polje, kretanje elektromagnetnih talasa, optiku, mehaniku itd.
- Informatika - kompjuterske nauke neophodne za računarsku obradu velike količine podataka pri rešavanju mnogih geodetskih problema.

MEĐUSOBNO SADEJSTVO sa Geodezijom prvenstveno imaju:

- Geofizika - koristi položajne i geometrijske informacije koje obezbeđuje geodezija, a gravimetrijska merenja su neophodna za poznavanje rasporeda podzemnih masa.
- Astronomija - razvijala se zajedno sa geodezijom i koristila je za određivanje početnih ili kontrolnih tačaka.
- Nauka o kosmičkom prostoru - geometrija spoljnog Zemljinog gravitacionog polja značajna za kosmičke orbite, a veštački sateliti omogućuju pozicioniranje. (Satelitska geodezija - Metoda GPS).
- Atmosferske nauke - koriste geodetske podatke o položajima i gravitaciji, a Geodeziji su potrebni što tačniji modeli atmosferske refrakcije, kao i ostali meteorološki podaci za korekciju merenih veličina
- Okeanografija - Zajedničko pozicioniranje i određivanje pomeranja obalskih linija. Mareografi su merni uređaji za određivanje relativnih visina priobalnog nivoa mora.
- Geologija - koristi geodetske podatke za izradu sopstvenih karata, a pruža informacije o stabilnosti terena koje su neophodne za izbor mesta za postavljanje geodetskih belega.

POSEBNE DISCIPLINE KOJE SU SE IZDOJILE OD GEODEZIJE u prvom redu su:

KARTOGRAFIJA proučava metode predstavljanja delova Zemlje na ravan karte. Nastala od latinskih reči "carto" - list i "grafein" – pisati.

Sastoji se od:

- Matematičke kartografije – razmatra i proučava metode preslikavanja zakrivljene zemljine površi na ravan. Preslikavanje se vrši na osnovu matematičkih zakona, tj. kartografskim projekcijama.
- Praktična kartografija - daje praktična rešenja zadataka koji predstavljaju opštu kartografiju.

FOTOGRAMetriJA podrazumeva izradu planova terena na osnovu fotografskih snimaka.

Sastoji se od:

- Aerofotogrametrije – izvodi se na taj način što se fotokamera nalazi u avionu i vrši snimanje iz vazduha.
- Terestrička fotogrametrija - fototeodolitom se vrši snimanje sa Zemlje.

INŽENJERSKA GEODEZIJA (primenjena geodezija) se bavi specifičnim geodetskim radovima prilikom izgradnje građevinskih objekata i neophodna je za njihovo: projektovanje (podrazumeva snimanje prethodnog stanja), izgradnju (podrazumeva obeležavanje na terenu) i eksploataciju (podrazumeva praćenje pomeranja itd.).

KATASTAR je metodološki organizovan javni inventar podataka o nepokretnostima, u državi ili oblasti, i baziran je na premeru granica nepokretnosti.

OSTALE DISCIPLINE KOJE SE BAZIRAJU NA GEODEZIJI:

- Urbanizam i prostorno planiranje
- Zaštita životne sredine i ekologija
- Geografija
- Hidrografija
- Planetologija

1.4. Oblik i dimenzije zemlje

Fizička površ zemlje - čvrst i tečan deo naše planete koji je odvaja od njene atmosfere. Ovu površ nije moguće matematički definisati, pa je treba zameniti nekom drugom površi.

U prvom približenju, za mnoge radove je dovoljna aproksimacija da je zemlja lopta (sfera), a ako se traži veća tačnost, u narednom približenju se smatra da je zemlja obrtni elipsoid.

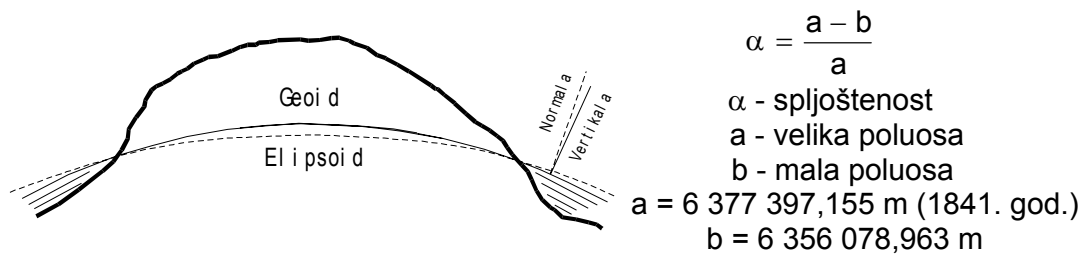
Normala elipsoida je prava koja stoji upravno na površ elipsoida.

Kada bi se površ idealno mirnog mora prostirala ispod kopna takva površ bi predstavljala geoid.

Vertikala je prava koja je upravna na površ geoida. Pravac vertikale se može materijalizovati pomoću kanapa i viska na koji deluje sila zemljine teže.

Geoid se zamenjuje matematički definisanim obrtnim elipsoidom, koji mu za to područje najviše odgovara i on se naziva referenc elipsoid.

Pri odstupanju geoida od elipsoida, neće se poklapati vertikala sa normalom - reč je o odstupanju vertikale.

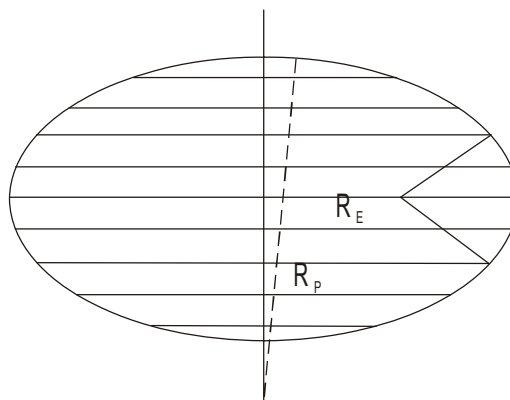


Slika 1.2 : Fizička površ zemlje, geoid i elipsoid

Na osnovu astrogeodetskih i gravimetrijskih merenja na teritoriji čitave površi geoida mogla bi biti izmerena odstupanja vertikalne (red veličine nekoliko sekundi), na osnovu kojih bi se sračunao opšti elipsoid.

Preseci elipsoida ravnima koje sadrže obrtnu osu elipsoida daju elipse koje se nazivaju meridijani (podnevc).

Preseci elipsoida ravnima upravna na obrtnu osu su krugovi koji se nazivaju paralele (uporednici).



Slika 1.3 : Meridijani i paralele

Preseci elipsoida ravnima koje sadrže normalu neke tačke elipsoida nazivaju se normalni preseci.

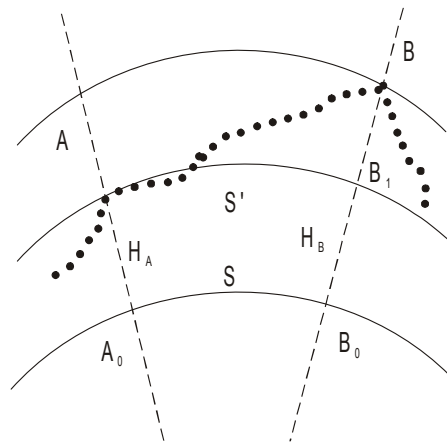
Određivanjem dimenzija elipsoida se bavilo više država u različito vreme i za različita područja. Tako se danas u svetu koriste elipsoidi: Besela, Hajforda, Krasovskog, WGS-84.

1.5. Nivoska površ. Apsolutna i relativna visina

Površ po kojoj se može kretati neka tačka bez utroška energije naziva se nivoska površ. Nivoska površ koja se poklapa sa površi vode idealno mirnih mora i okeana naziva se nulta nivoska površ. Ova se površ poklapa sa površi geoida.

Za mala područja zemljine površi geoid se može zameniti sa ravni, te se računanja mogu vršiti na usvojenoj ravni.

Kroz svaku tačku na fizičkoj površi zemlje prolazi odgovarajuća nivoska površ upravna na pravac sile zemljine teže (slika 1.4).



Slika 1.4 : Apsolutna i relativna visina

- AB - koso merena dužina
- S' - redukovana dužina nivosku površ tačke A
- S - redukovana dužina na nultu nivosku površ

$$S : S' = R : (R + H_A)$$

$$S = \frac{S' R}{R + H_A}$$

$$S' - S = S' - \frac{S' R}{R + H_A} = S' \left(1 - \frac{R}{R + H_A}\right) = S' \frac{R + H_A - R}{R + H_A} = S' \frac{H_A}{R + H_A}$$

$$S' - S = S' \frac{H_A}{R} \quad (H_A \text{ je zanemarljivo malo u odnosu na } R)$$

što predstavlja redukciju dužine na nultu nivosku površ.

Rastojanje između tačaka A i B je koso merena dužina svedena na nivosku površ. U tabeli 1.1. je data redukcija za pojedine dužine stranica i nadmorske visine.

AB_1	$H_A = 500\text{m}$	1000m	2000m
1 km	8 cm	16	31
5 km	38	78	157

Tabela 1.1 : *Redukcija za pojedine dužine stranica i nadmorske visine*

NADMORSKA VISINA - apsolutna visina H_A predstavlja najkraće rastojanje između nulte nivoske površi i te tačke, mereno po vertikali ($H_A = AA_0$).

VISINSKA RAZLIKA - relativna visina između dve tačke, je rastojanje između njihovih nivoskih površi $\Delta H_{AB} = H_B - H_A$.

Razlike apsolutnih visina (nadmorskih visina) predstavljaju relativne visine (visinske razlike).

Visinska razlika pruža informaciju koliko je jedna tačka viša ili niža od druge, te može biti pozitivna ili negativna.

1.6. Pojam merenja

Merenja se nalaze u osnovi svih geodetskih računanja. Zadatak geodetskog stručnjaka jeste da u skladu sa zahtevima tačnosti utvrdi tip, obim i proceduru merenja i izvrši analizu rezultata merenja. U premeru se mere različite veličine, kao što su: *dužina, ugao, vreme, ubrzanje sile zemljine teže, temperatura, atmosferski pritisak* i sl. U okviru ovog udžbenika upoznaćemo se sa metodama merenja uglova, dužina i visinskih razlika.

U praksi, često se izrazi merenje i opažanje prepliću tako da se stiče utisak da između njih i nema razlike. Izraz opažanje u praksi se koristi da ukaže na operaciju, proces ili njen ishod. Sa aspekta obrade podataka ishodi, posebno numerički, tretiraju se kao opažanja, dok se sam postupak realizovanja vrednosti merene veličine naziva merenjem.

S obzirom da su se u praksi već ustalili termini kao što su merenje dužina, uglova, temperature i sl., razmatranje koncepta merenja ne stvara nikakve poteškoće. Ukoliko se malo udubimo u operaciju merenja, videćemo da i merenje dužine pantljkikom iako izgleda prosto, predstavlja složenu operaciju. Složenost postupka merenja upravo sledi iz fundamentalnih osobina merenja, a to su:

- *Merenje uvek predstavlja izvršenje neke fizičke radnje* - naime, proces merenja često sadrži nekoliko elementarnih operacija (priprema, postavljanje instrumenta, kalibracija, viziranje, čitanje, upoređenje i sl.);

- *Numerički podatak* ili rezultat procesa *reprezentuje merenje*, noseći u sebi i okolnosti pod kojima je ostvaren;
- *Merenja se skoro uvek realizuju instrumentima*, nezavisno koliko su složeni (izuzetak je brojanje nekog događaja);
- *Merenja su vezana za standarde* donete konvencijama, koji su najčešće dobijeni dogovorom - meriti znači uporediti sa standardom; svako merenje vezuje se za jedinice merenja i dimenziju, odnosno, rezultat merenja uvek poseduje dimenziju; i
- *Merenja su u suštini vezana za teorijske koncepte tj. geometrijske apstrakcije* poput uglova i dužina koji nemaju direktan, realan i fizički definisan ekvivalent u prirodi. U praksi, geometrijske apstrakcije se koriste da bi opisale i definisale izvesne prirodne veličine kao što su položaj, površina, zapremina i sl.

Teorijska apstrakcija na koju se merenja oslanjaju naziva se model. O modelima merenja biće više reči u drugim oblastima premera.

Prema važećim metrološkim propisima (*Guide to the expression of uncertainty in measurement*, ISO 1997, u daljem tekstu GUM) merenje se definiše kao **skup operacija izvedenih s ciljem da se odredi vrednost merene veličine**. Merenje počiva na:

- specifikaciji merene veličine,
- metodi merenja, i
- proceduri merenja.

Prema GUM-u, **rezultat merenja**¹ je samo aproksimacija ili **ocena vrednosti**² merne veličine³ i kompletan je ukoliko sadrži tvrdnju o **nesigurnosti** ocene.

Specifikacija merene veličine u praksi je tesno povezana sa zahtevanom tačnošću merenja, odnosno merena veličina treba biti definisana saglasno **zahtevanoj tačnosti**, tako da u svim praktičnim primenama njena vrednost bude statistički **jedinstvena**. U većini praktičnih primena, rezultat merenja se određuje na osnovu **serije(a)** merenja, izvedenih pod **"istim" uslovima (uslovima ponovljivosti)**⁴. Rezultati ponovljenih merenja, kao

¹ **Rezultat merenja** predstavlja vrednost pridruženu mernoj veličini (subjektu merenja) koja je ostvarena merenjem.

² **Vrednost** neke veličine predstavlja iznos (magnitudu) posebne veličine i generalno je izražena jedinicom merenja pomnoženom brojem: na primer, dužina letve iznosi 5.34 t odnosno, 535 st.

³ **(Merna) veličina** (subjekat merenja) predstavlja atribut nekog fenomena, tela ili supstance koja se može kvalitativno opisati i kvantitativno odrediti: na primer, dužina letve, visinska razlika između dve tačke, ugao između dva pravca i sl.

⁴ **Ponovljivost rezultata** merenja definiše se kao međusobna bliskost rezultata sukcesivnih merenja iste merene veličine pod istim uslovima merenja. U uslove ponovljivosti spadaju: ista procedura merenja, isti opažač, isti instrument za merenje, isti uslovi pri merenju, ista lokacija i ponavljanje u kratkom vremenskom periodu.

posledica promenljivosti **uticaja slučajnih izvora nesigurnosti** na različite načine, variraju.

Metoda merenja se definiše kao logična sekvenca elementarnih operacija korišćenih *prilikom određivanja vrednosti merene veličine*. U premeru se koristi nekoliko metoda merenja, a u okviru ovog predmeta razmotriće se tri osnovne metode:

- metoda merenja dužina,
- metoda merenja uglova, i
- metoda merenja visinskih razlika.

Procedura merenja predstavlja skup posebno utvrđenih operacija koje se koriste u realizaciji određene metode merenja. Među elementarnim operacijama procedure merenja spadaju sledeće:

- Etaloniranje (kalibracija) mernih instrumenata (merila) i pribora, odnosno usklađivanje jedinice mere mernog instrumenta sa njenom teorijskom vrednošću;
- Priprema za merenje (materijalizacija merene veličine, postavljanje instrumenata i pribora za merenje, i sl.);
- Neposredno utvrđivanje vrednosti merene veličine (viziranje, koincidiranje i očitavanje podele mernog instrumenta);
- Merenje pomoćnih veličina, (na primer temperature, atmosferskog pritiska, vlažnosti vazduha ili nekih drugih veličina neophodnih za korigovanje dobijenih rezultata merenja), i sl.. [2]

1.7. Jedinice za merenje u geodeziji

METROLOGIJA je nauka o merenju. Obuhvata sve teorijske i praktične vidove koji se odnose na merenja.

MERENJE je skup postupaka kojima je za cilj određivanje vrednosti neke veličine.

MERNA JEDINICA je pojedinačna veličina, dogovorom definisana i usvojena, kojom se porede druge veličine iste vrste, da bi se kvantitativno izrazile u odnosu na tu veličinu.

TAČNOST MERENJA je bliskost slaganja između rezultata merenja i istinite vrednosti merene veličine. Istinita vrednost je po svojoj prirodi neodrediva - morala bi biti rezultat savršenih merenja. Prema tome istinite vrednosti se ne mogu odrediti, pa se koriste, njima bliske dogovorene vrednosti.

U geodeziji se pretežno mere uglovi, dužine i visinske razlike.

a) Jedinice za merenje dužina

U početku se geodezija bavila merenjima dužina. Jedinice za merenje dužina su bile lakat, palac, stopa, hvat. Poznato je da su postojali bečki, pariski i ruski hvat.

Posle Francuske revolucije (krajem XVIII veka) uveden je jedinstveni sistem za jedinice mere koji izražava vrednosti linearnih veličina. Kao osnovna jedinica za merenje dužine usvojen je METAR, kao desetomilioniti deo četvrtine pariskog meridijana. Na osnovu ovoga, izrađen je etalon metra koji se naziva arhivski metar i danas se čuva u međunarodnom birou za mere i tegove u Sevru kod Pariza.

Za zemlje potpisnice metarske konvencije napravljen je po jedan prototip metra od legure 90% platine i 10% iridijuma (normalni metri, Srbija je dobila prototip broj 30).

METAR je definisan kao rastojanje između srednjih crta na arhivskom lenjiru.

Od tada pa do 1983. godine devet puta je menjana definicija metra i nije se odnosila na izmenu dužine metra već na povećanje tačnosti njegovog određivanja. Od 1960. godine metar je definisan preko određenog broja (1 650 763,73) talasnih dužina zračenja kriptona 86 u vakuumu.

1983. godine određivanje metra je vezano za razvoj laserskih sredstava za merenje rastojanja i za pojavu atomske skale vremena, čime je data mogućnost za merenje dužina u laboratorijskim uslovima sa apsolutnom greškom od 1 μm (nanometar je hiljaditi deo milimetra).

METAR je dužina putanje koju u vakumu pređe svetlost za vreme od $1 / 299\,792\,458$ od sekunde.

b) Jedinice za površine

Za površine se koristi osnovna (izvedena) jedinica 1m^2 . Manje jedinice od 1m^2 su:

$$1\text{ dm}^2 = 10^{-2}\text{ m}^2$$

$$1\text{ cm}^2 = 10^{-4}\text{ m}^2$$

$$1\text{ mm}^2 = 10^{-6}\text{ m}^2$$

a veće jedinice su:

$$1\text{ a} = 10^2\text{ m}^2$$

$$1\text{ ha} = 10^4\text{ m}^2$$

$$1\text{ km}^2 = 10^6\text{ m}^2$$

U hvatskom sistemu se koriste kvadratni hvat, katastarsko jutro, kvadratni col (manja jedinica) itd.

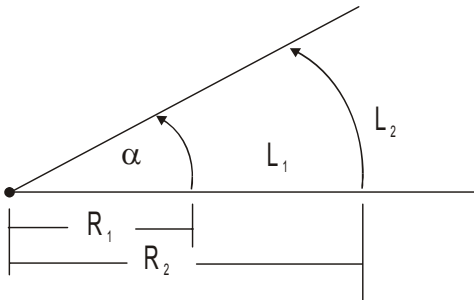
c) Jedinice za merenje uglova

Za merenje uglova koriste se jedinice koje predstavljaju određene delove kružnog luka i to su:

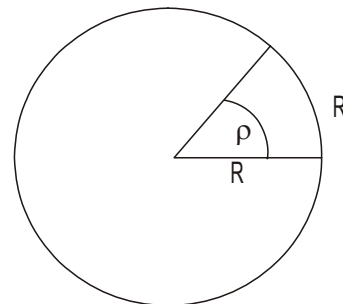
- lučne mere - radijani;
- stare (seksagezimalne) jedinice - stepen, minut, sekunda;
- nove (centezimalne) jedinice - gradusni stepen, gradusna minuta i gradusna sekunda.

RADIJAN je osnovna jedinica za merenje uglova. Ostale navedene jedinice su dozvoljene za upotrebu.

RADIJAN je ugao čija je dužina luka jednaka poluprečniku.



$$\frac{L_1}{R_1} = \frac{L_2}{R_2} = \dots = \frac{L_n}{R_n} = \text{const} = \alpha$$



$$1 \text{ rad} = 1\text{m}/1\text{m} = 1$$

Obim kruga sadži 2π radijana

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{360^\circ}{2\pi} = 57^\circ,29578 \\ \rho' &= \rho^\circ \cdot 60 = 3438 \\ \rho'' &= \rho' \cdot 60 = 206265\end{aligned}$$

Centralni ugao, koji odgovara 360-tom delu punog kruga naziva se STEPEN (1°).

$1^\circ = 60'$ (minut je 60-ti deo stepena)

$1' = 60''$ (sekunda je 60-ti deo minute, 3600-ti deo stepena)

Radian se može izraziti i u centezimalnoj podeli (gradusima).

$$\rho^g = \frac{400^g}{2\pi} = 63^g,6620$$
$$\rho^c = 6366^c,20$$
$$\rho^{cc} = 636620^{cc}$$

Centralni ugao koji odgovara 400-tom delu punog kruga naziva se GRADUS (1^g).

$$1^g = 100^c \quad (\text{gradusni minut je } 100\text{-ti deo gradusa)}$$

$1^c = 100^{cc}$ (gradusna sekunda je 100-ti deo gradusnog minuta, 10000-ti deo gradusa)

Vrši se pretvaranje uglova iz stare (seksagezimalne) podele u novu (centezimalnu) i obrnuto. Za pretvaranje se mogu koristiti sledeće relacije:

$$360^\circ = 400^g \qquad 90^\circ = 100^g$$
$$1^\circ = \frac{10}{9} 1^g \qquad 1^g = \frac{9}{10} 1^\circ$$

NAPOMENA: Posebnu pažnju, prilikom korišćenja ovih relacija treba obratiti na pretvaranje minuta i sekundi u delove stepena. Ovo važi samo za staru (seksagezimalnu) podelu.

Pored uglova i dužina (visinske razlike u suštini predstavljaju poseban oblik dužine, koriste se iste jedinice) u geodeziji se koristi i niz jedinica za merenje posebnih veličina koje služe za korekciju rezultata merenja.

- Jedinica za merenje temperature je 1°K ($0^\circ\text{S} = 273^\circ\text{K}$).
- Jedinica za merenje vremena je 1s (sekunda).
- Jedinica za merenje pritiska je 1P (paskal).
- Jedinica za merenje frekvencije je 1Hz (herc).
- Jedinica za merenje mase je 1kg (kilogram).

Sistem globalnog pozicioniranja (GPS) praktično predstavlja merenje koordinata tačaka koje se izražavaju u osnovnim jedinicama za merenje dužine (metar).

1.8. Greške merenja

Pretpostavimo da treba izmeriti neku dužinu. Neka je na raspolaganju etalonirana pantljička, čija dužina ipak ne mora biti potpuno tačna. Da bi izmerili dužinu, neophodno je

postaviti nulu pantljičke na jedan kraj, dok na drugom kraju dužine čitamo podelu na pantljički.

Mereći neku fizičku veličinu, geodetski stručnjak nije potpuno uveren da je dobio najtačniju vrednost. U najmanju ruku postoji izvesna **nesigurnost** o kvalitetu dobijenog rezultata merenja. Ukoliko dužinu izmerimo dva puta, steći ćemo nešto veću sigurnost u naš rezultat. Međutim, najčešće, dva rezultata se neće međusobno poklopiti, a ne postoji ni jedan razlog da više verujemo jednom od njih, jer su oba jednako verovatna.

Vratimo se pretpostavci da je pantljička standardizovana. Šta ako je pantljička kraća od prave vrednosti, a mi to ne znamo? Očigledno, ukoliko bi u tom slučaju na osnovu direktnih merenja sračunali površinu neke zatvorene figure podatak bi bio netačan.

Promene rezultata merenja izvedenih pod sličnim uslovima jesu prirodna pojava vezana za fizičke procese i mora se prihvatiti kao osnovno svojstvo opažanja. Rezultati merenja su numeričke vrednosti slučajnih promenljivih i predmet su slučajnih promena. Ukoliko se ta činjenica prihvati, opažanja se mogu analizirati koristeći statističke metode koje će nam pomoći da dođemo do **najverovatnijih** vrednosti rezultata merenja i **ocena** njihovog kvaliteta. Izraz **greška**, generalno se može tretirati kao razlika između **rezultata merenja** i **"istinite - tačne"** vrednosti merene veličine. Ona je uvek prisutna jer ponovljena merenja prirodno variraju dok je **"istinita"** vrednost konstantna.

Prema karakteru nastanka i osnovnim svojstvima, greške se dele na:

- grube,
- sistematske i
- slučajne.

1.8.1. Grube greške

Uzroci nastajanja grubih grešaka su: nepažnja, umor, previd, nemarnost i nedovoljno stručno znanje opažača. Grube greške se ne mogu tolerisati u merenjima, već ih je potrebno iz merenja eliminisati.

Eliminisanje grubih grešaka iz merenja moguće je provesti na način da se izbacuju merenja koje znatnije odstupaju od ostalih mjerenja ili korištenjem nekog od algoritama za otklanjanje grubih grešaka pre ili posle izravnjanja. Kako se u geodeziji uvek izvode suvišna merenja, moguće je postupak izbacivanja grubo pogrešnih merenja obavljati do one mere kada se ne narušava mogućnost dobijanja traženih (nepoznatih) podataka.

Kada se radi o otklanjanju grubih grešaka nakon izravnjanja, te grube greške su uglavnom manjih iznosa (outlieri) i nije ih lako uočiti pre izravnjanja, a u slučaju pojavljivanja više takvih grešaka svi algoritmi za njihovo otklanjanje postaju nesigurniji.

Veličinu grube greške definiše tražena tačnost merenja. Tako kod visoko preciznih merenja i relativno male greške mogu biti grube. Ako se uzme da je tražena tačnost merenja dužina 1dm greška od 3cm se može zanemariti, dok se kod tražene tačnosti od 1mm greška od 3cm ne može nikako zanemariti i ona predstavlja grubu grešku.

Otkrivanje i eliminisanje sumnjivih rezultata može se učiniti:

- Merenjem veličine više puta i računanjem srednje vrednosti (pojedinačni rezultat koji značajno odstupa od srednje vrednosti tretira se kao rezultat koji odskače, odnosno sadrži grubu grešku);
- Korišćenjem dve vrste mernih jedinica (na primer, u metrima i stopama) i njihovim svođenjem na istu;
- Korišćenjem matematičkih i realnih činjenica. Na primer da je pantljika duga 30 t ili da je zbir uglova u ravnom trouglu 180° ;
- Nezavisnim merenjima više operatera i sl.

1.8.2. Sistematske greške

Sistematske greške uzrokovane su nekim sistemom koji ukoliko je poznat može biti prikazan funkcijom i uvođenjem određenih korekcija može biti potpuno eliminisan. Ako taj sistem nije poznat, sistematske greške se mogu delimično eliminisati izborom pogodne metode rada, instrumenta, spoljašnjih uslova pri merenju i sl.

Glavna osobina sistematskih grešaka je da su one uvek istog predznaka, te se kod raznih geodetskih merenja te greške sumiraju tj. dolazi do gomilanja grešaka.

Pre samog postupka obrade merenja pretpostavlja se da su u merenjima eliminisane grube i sistematske greške i zbog toga one nisu obuhvaćene računom izravnjanja. Činjenica je da se neke sistematske greške ne mogu u potpunosti eliminisati. Njihov preostali uticaj je vidljiv nakon provedenog izravnjanja i obrade merenja.

Prethodna obrada merenja podrazumeva eliminisanje grubih grešaka i popravnanje merenja za vrednost svih poznatih sistematskih uticaja. Na nekoliko primera ilustrovaće se način otklanjanja sistematskih uticaja. Kao prvi primer, uzećemo merenje dužine pantljikom. Naime, stvarna dužina može biti različita u odnosu na vrednosti dobijenih merenjem i to, usled:

- razlika temperatura prilikom njene kalibracije i za vreme merenja,

- razlika sila zatezanja prilikom njene kalibracije i za vreme merenja,
- nedoslednog sprovođenja metode merenja (korišćenje različite pomoćne opreme),
- neadekvatne materijalizacije merene veličine - dužine.

Kod merenja uglova uglomerom, pojavljuju se sledeći izvori sistematskih uticaja:

- ekscentričnost uglomera t.j. pojava da tačka koja označava centar uglomera nije tačno u centru podele uglomera,
- greška zbog nepoklapanja centra podele sa temenom ugla,
- greške podele uglomera.

1.8.3. Slučajne greške

Nakon otkrivanja i otklanjanja grubih grešaka, te korekcije merenja za sve poznate sistematske greška, u merenjima će i dalje postojati neslaganje. To neslaganje je uzrokovano greškama čiji se uticaj ne može izraziti određenom funkcijom. Te greške imaju slučajni karakter i osobina im je različitost predznaka.

Kako se slučajne greške ne mogu modelovati funkcijom, o karakteru slučajnih grešaka može se zaključivati proučavanjem njihovog kolektivnog ponašanja.

Prema statističkoj terminologiji slučajne greške označava slučajna varijabla, a ako su iz merenja eliminisane grube greške i ako su merenja korigovana za uticaj sistematskih grešaka, tada se i sama merenja mogu smatrati slučajnom varijablom. Slučajna varijabla nije neka konkretna vrednost merenja već uopšte definisana veličina koja u sebi sadrži sve moguće vrednosti merenja.

Pošto su greške slučajne i uzrok im je nepoznat, ne mogu se korigovati, niti otkloniti. Njihov uticaj se umanjuje povećanjem broja merenja i statističkom obradom rezultata višestrukih merenja.