

Binomni raspored

Primjer: U posudi se nalazi 10 bijelih i 30 crnih kuglica. Iz posude se na slučajan način izvlači 8 kuglica sa vraćanjem. Naći vjerovatnoću da se među izvučenim kuglicama nalazi 5 bijelih.

$$p = \frac{10}{(10 + 30)} = 0,25$$

$$\frac{n}{x} = \frac{n!}{x! (n - x)!} = \frac{8!}{5! * 3!} = 56$$

$$P(x = 5) = 56 * 0,25^5 * (1 - 0,25)^{8-5}$$

$$P(x = 5) = 56 * 0,00098 * 0,42 = 0,023$$

Primjer za vježbanje

Ako je učestalost krvne grupe A u datoj populaciji 42% , koliko iznosi vjerovatnoća da će slučajan uzorak veličine 7 osoba , izabran iz te iste populacije, sadržavati 2 osobe sa krvnom grupom A ???

Poisson-ov raspored

Primjer: Pretpostavka je da se u procesu proizvodnje određenih električnih komponenti pojavljuje 2% neispravnih proizvoda. Ako se uzme uzorak od 100 elemenata, kolika je vjerovatnoća da će on sadržavati 3 neispravna proizvoda?

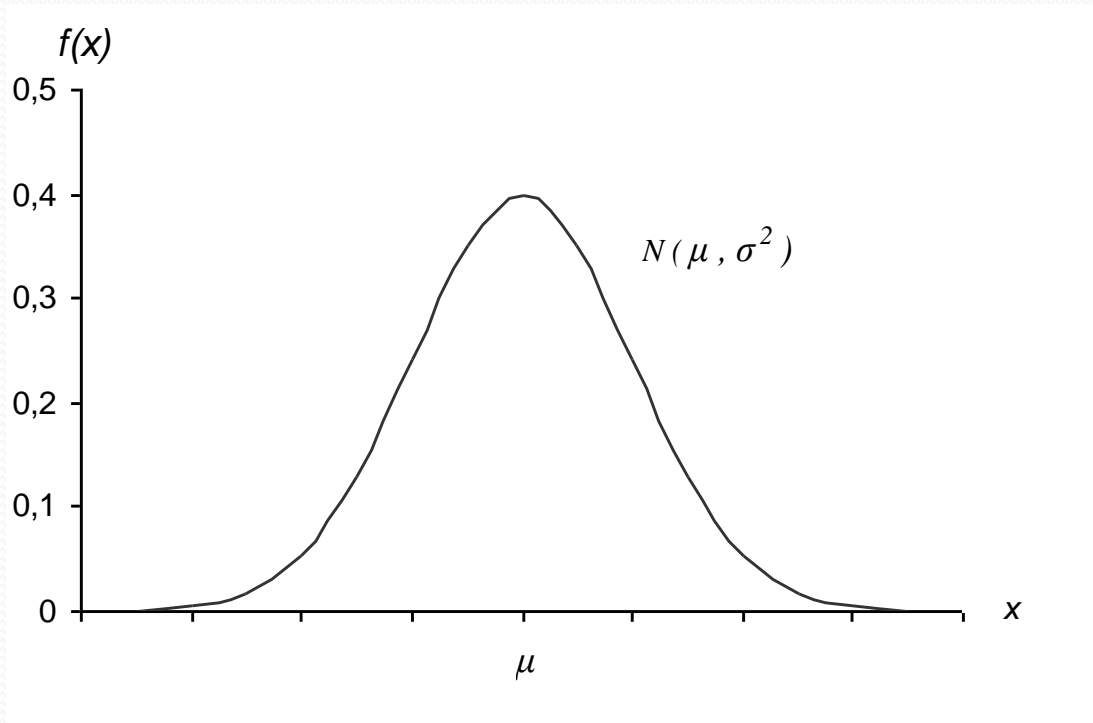
$$\lambda = 100 * 0,02 = 2$$

$$P(x = 3) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{2,71828^{-2} * 2^3}{3!} = \frac{1}{2,71828^2 * 6} * 8 = 0,18$$

Raspored vjerovatnoća neprekidne slučajne promjenjive

- Kriva gustine vjerovatnoće

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$



Kriva normalnog rasporeda

Primjer: Težina sportista jednog kluba slijedi normalan raspored sa aritmetičkom sredinom 67 kg i standardnom devijacijom 8 kg. Ako sa X označimo težinu proizvoljno odabranog sportiste, odredimo verovatnoću da će on imati težinu u rasponu 63-69kg?

$$P(63 < X < 69) = ?$$

$$Z_{63} = \frac{63 - 67}{8} = \frac{-4}{8} = -0,5$$

$$Z_{69} = \frac{69 - 67}{8} = \frac{2}{8} = 0,25$$

$$P(63 < x < 69) = F(0,25) - F(-0,5) = 0,5987 - 0,3085 \\ = 0,2902$$

*Funkcije rasporeda za navedene vrijednosti pronaći u tablicama funkcija rasporeda za standardizovan normalan raspored. Tablica se koristi tako što red biramo na osnovu vrijednosti cijelog broja i prve decimale od Z , a kolonu na osnovu vrijednosti druge decimale. Npr kod $Z=0,25$ cijeli broj i prva decimala su 0,2 što znači da će se funkcija rasporeda nalaziti u trećem redu tablice, a vrijednost druge decimale je 5 te se funkcija rasporeda nalazi u šestoj koloni u tablicama. Dakle na mjestu presjeka trećeg reda i šeste kolone je tražena vrijednost (0,5987).

Primjer za vježbanje

Mjesečna potrošnja električne energije na jednom poljoprivrednom gazdinstvu slijedi normalan raspored i u prosjeku iznosi 280 kWh sa prosječnim odstupanjem od 54 kWh. Odrediti vjerovatnoću da gazdinstvo potroši:

- a) od 240 do 260 kWh
- b) od 290 do 310 kWh
- c) od 235 do 300 kWh

Intervali povjerenja za aritmetičku sredinu populacije kada je poznata standardna devijacija populacije

Primjer: Uzorkovano je 25 sadnica jedne voćne vrste i mjerena njihova visina te dobijeno da ista u prosjeku iznosi 122 cm. Iz ranijih istraživanja poznato je da variranje visine sadnica ove vrste u prosjeku iznosi 20 cm posmatrano na nivou cjelokupne populacije. Ako visina sadnica slijedi normalan raspored sa 95% sigurnosti formirati interval povjerenja koji će sadržati aritmetičku sredinu populacije?

$$1 - \alpha = 0,95$$

$$\alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{0,05}{2} = 0,025$$

$$1 - 0,025 = 0,9750 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$



Pronaći u tablicama (Funk. ras. za standardizovani norm. raspored) za koju z vrijednost je 0,9750 funkcija rasporeda. Vidimo da je to za vrijednost 1,96 te je to tražena vrijednost $z_{\alpha/2}$

$$x \pm z_{\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$
$$122 \pm 1,96 * \frac{20}{\sqrt{25}}$$
$$122 \pm 7,84$$
$$(114,16; 129,84)$$

Interval povjerenja za aritmetičku sredinu populacije kada nije poznata standardna devijacija populacije

Primjer: Uzet je uzorak od 26 stabala jedne voćne vrste i mjerena prosječna masa plodova po stablu. Dobijena je vrijednost od 12,25kg kao i prosječno variranje mase plodova u uzorku od 2,45 kg. Na osnovu dobijenih podataka uz 95 % sigurnosti kreirati interval povjerenja koji u sebi sadrži prosječnu masu plodova po stablu za cjelokupan voćnjak iz koga je uzet uzorak? (masa plodova po stablu slijedi normalan raspored)

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} * \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Stepeni slobode : $n-1=26-1=25$

$t_{\alpha/2}$ – iz tablice Kritične vrednosti studentovog t rasporeda

(red u tablici odabrati na osnovu broja stepeni slobode, a kolonu na osnovu vrijednosti $\frac{\alpha}{2}$;

$$\alpha = 0,05 \quad \frac{\alpha}{2} = 0,025$$
$$12,25 \pm 2,0595 * \frac{2,45}{\sqrt{26}}$$
$$12,25 \pm 0,99$$
$$(11,26; 13,24)$$