

# Studentova “t – distribucija”

*"Logika je korisna sprava koja nam se gotovo uvijek prodaje bez uputstva za uporabu."*



Normalne  
distribucije

```
graph TD; A[Normalne distribucije] --- B[Distribucija varijanata u populaciji]; A --- C[Distribucija varijanata u uzorku]; A --- D[Distribucija prosječnih vrijednosti uzoraka oko prosječne vrijednosti populacije]; A --- E[Distribucija razlika prosječnih vrijednosti uzoraka i populacije];
```

Distribucija  
varijanata  
u populaciji

Distribucija  
varijanata  
u uzorku

Distribucija  
prosječnih  
vrijednosti  
uzoraka oko  
prosječne  
vrijednosti  
populacije

Distribucija  
razlika  
prosječnih  
vrijednosti  
uzoraka i  
populacije

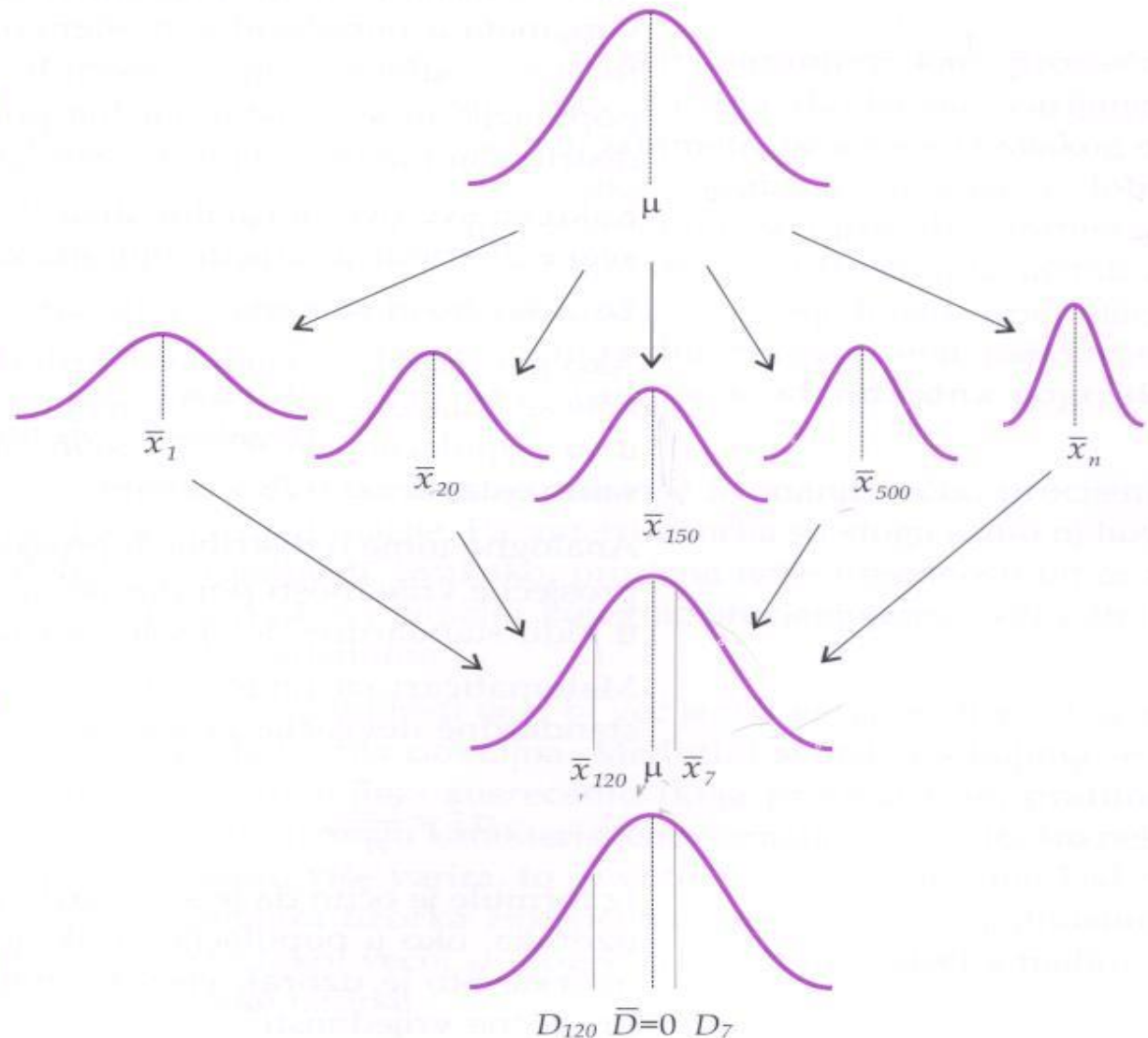
*"Od novog jada, stara bol će proći."*  
Shakespeare, William (Romeo and Juliet, I, 2)

Distribucija frekvencija u populaciji  
s prosječnom vrijednosti  $\mu$  i  
standardnom devijacijom  $\sigma$

Distribucije varijanata uzoraka s  
prosječnim vrijednostima  $\bar{x}_i$  i  
standardnim devijacijama  $s_{\bar{x}_i}$

Distribucija prosječnih vrijednosti  
uzoraka ( $\bar{x}_i$ ) oko  $\mu$  populacije, sa  
standardnom devijacijom-  
standardnom pogreškom srednje  
vrijednosti ( $s_{\bar{x}}$ )

Distribucije razlika  $D_i = \bar{x} - \mu$   
oko prosječne razlike ( $\bar{D} = 0$ ) sa  
standardnom devijacijom-  
standardnom pogreškom razlike  
( $s_D$ )



- ◆ Ako bi se razlike izrazile u dijelovima standardne devijacije – standardna pogreška prosječne vrijednosti populacije tj. i to je normalna distribucija

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- ◆ Ne znamo standardnu devijaciju populacije - nego samo uzorka

- ◆ Izraz = t faktor čini t –distribuciju ili Studentovu distribuciju

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

- ◆ t – faktor je odnos razlike i standardne pogreške srednje vrijednosti



t - faktor

$$\frac{\bar{x} - \mu}{s_x} = t$$

$$s_x$$

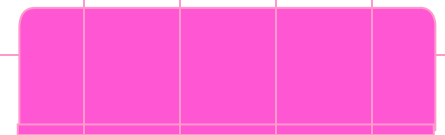
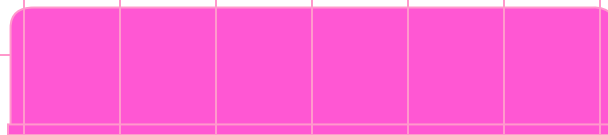
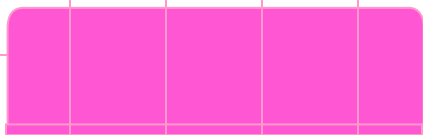


- **William Sealy Gosset 1908. - otkrio (pseudonimom Student)**
- ***sir* R. A. Fisher 1926. – usavršio**
- **Revolucija u statistici malih uzoraka**



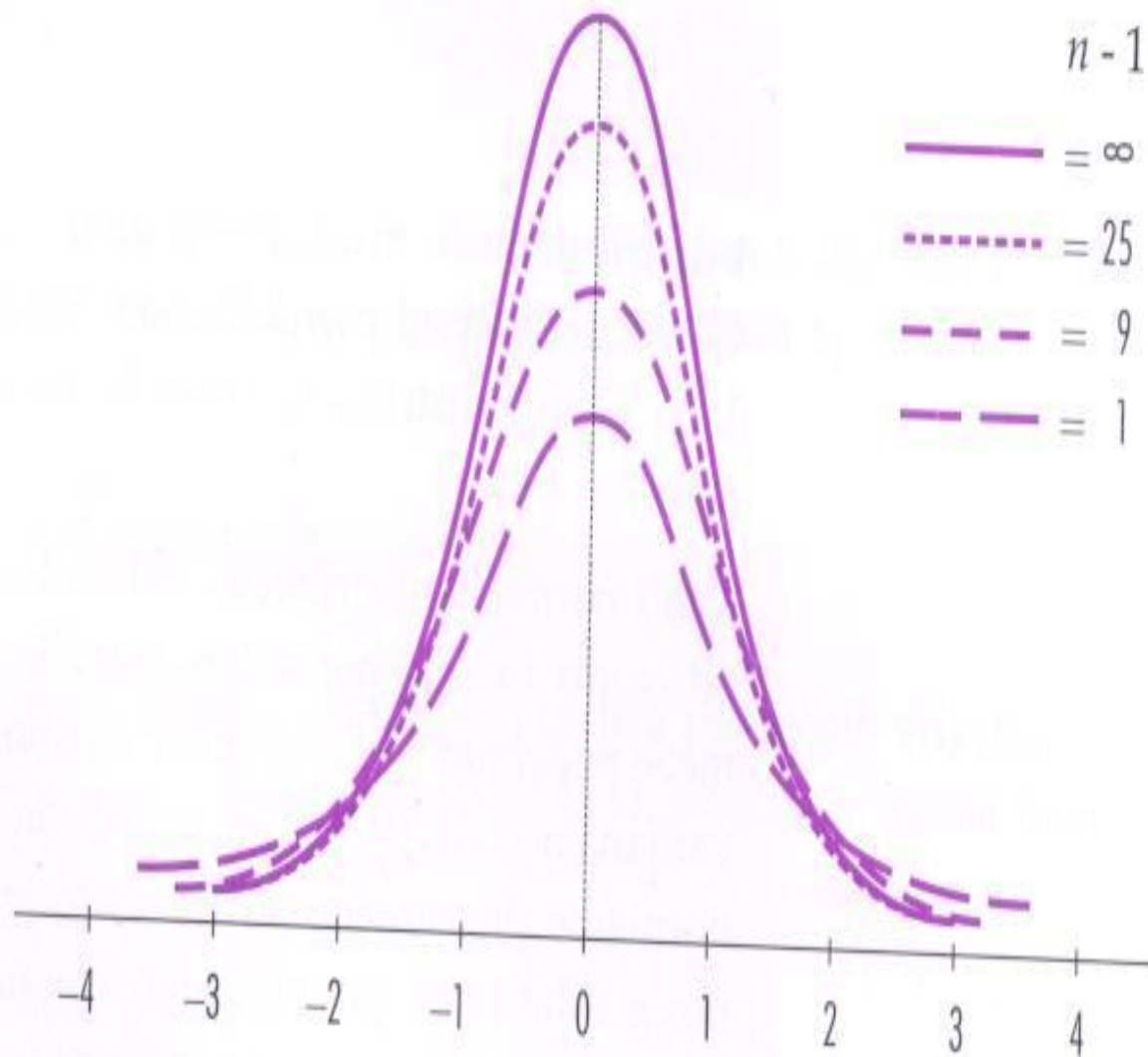
# Studentova distribucija

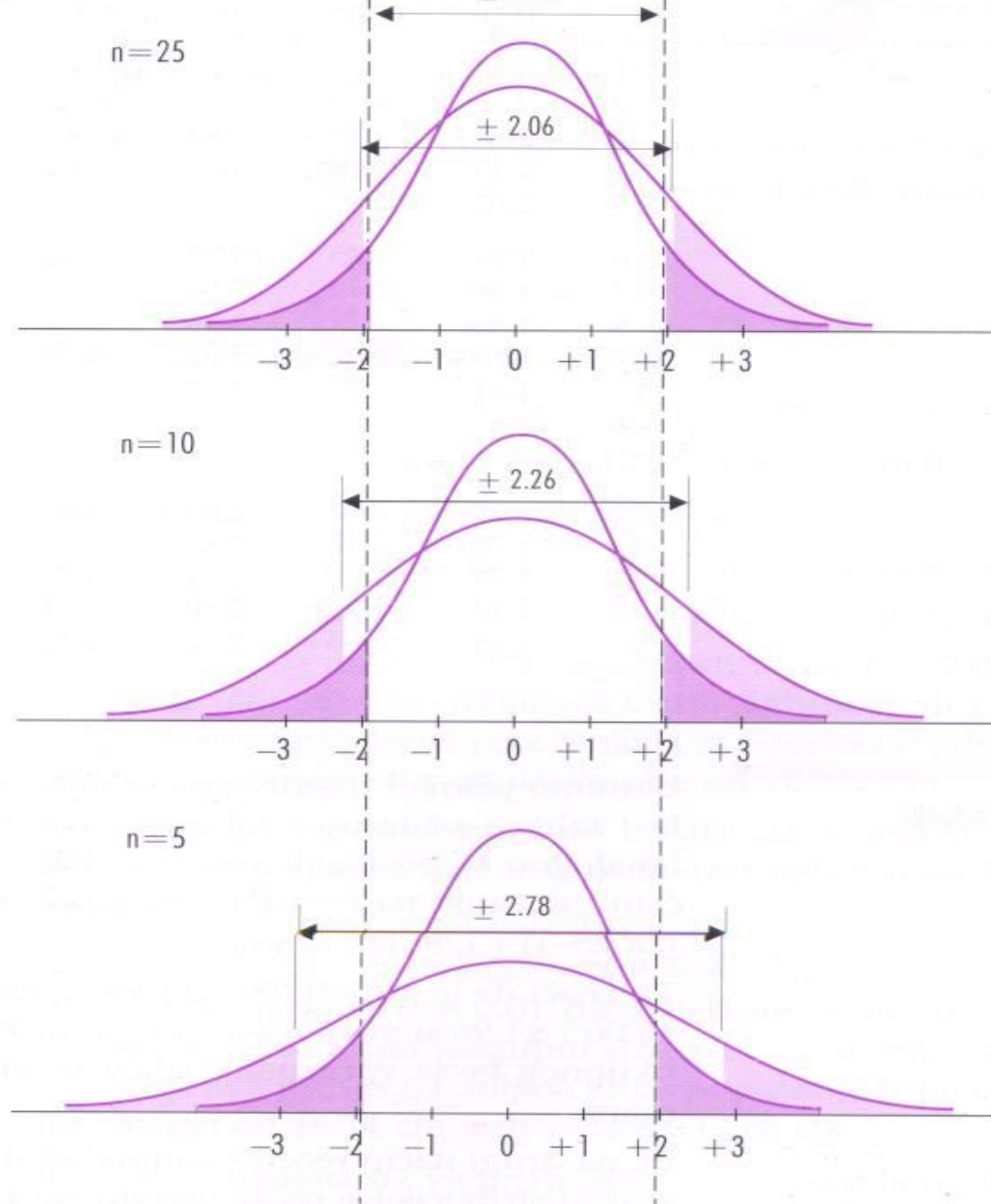
- $t$  – distribucija simetrična proteže se od  $-\infty$  do  $+\infty$
- može poprimiti različite oblike ovisno o “  $n$  “ tj.  $n-1$
- nižeg vrha, a šira prema krajevima
- što je  $n$  manji različitost je veća
- što je  $n$  manji šira je prema krajevima - mijenjaju se intervali pouzdanosti



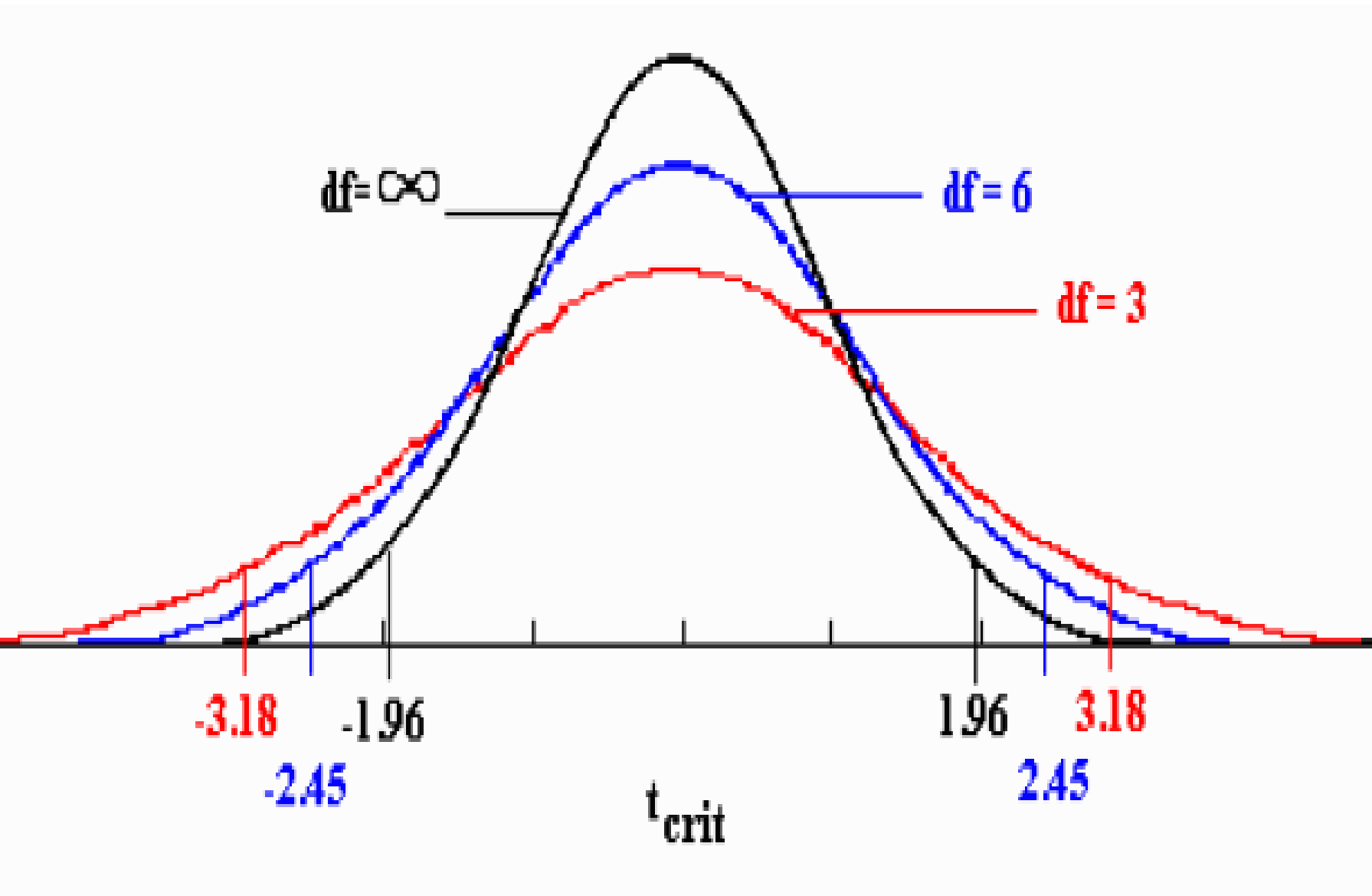


**SLIKA 12.** Različite t-distribucije, ovisno o broju slobodnih varijanata ( $n-1$ )





**SLIKA 13.** 95 %-tne granice pouzdanosti u normalnoj distribuciji ( $n \rightarrow \infty$ ) i u distribucijama s  $n=5$ ,  $n=10$  i  $n=25$



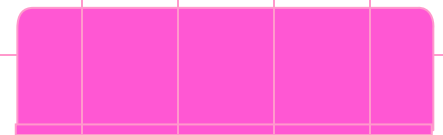
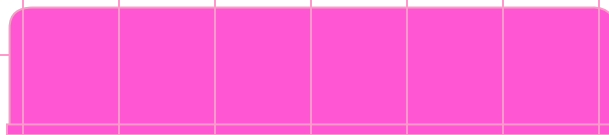
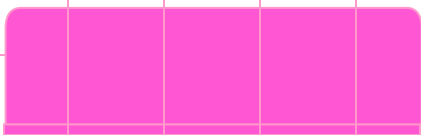
Slika 7. Krivulje  $t$  - distribucije

## t-distribucije ovisne o (n-1)

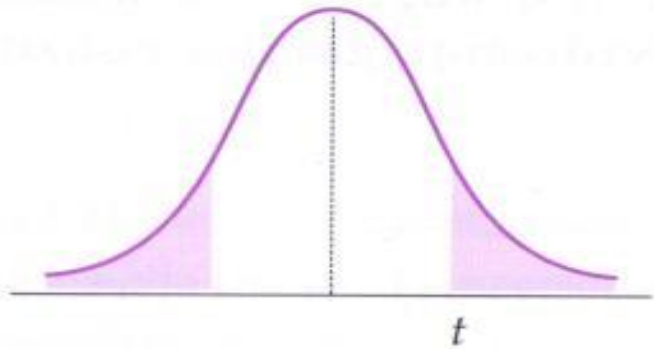
- **n=5 95% varijanata je unutar intervala  $\bar{x} \pm 2.78 s$**

- **t vrijednost ovisi:  
o broju slobodnih varijanata u uzorku ili o stupnjevima slobode**

- **osnova za utvrđivanje granica pouzdanosti kod malih uzoraka**



# t- tablice

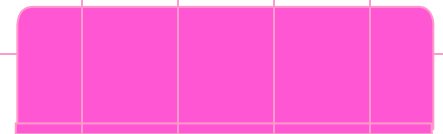
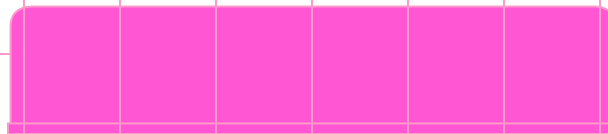
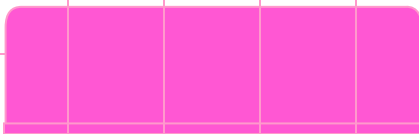


$n-1$	P			
	0.10	0.05	0.01	0.001
1	6.31	12.71	63.66	632.60
2	2.92	4.30	9.92	31.60
3	2.35	3.18	5.84	12.92
4	2.13	2.78	4.60	8.61
5	2.02	2.57	4.03	6.87
6	1.94	2.45	3.71	5.96
7	1.90	2.36	3.50	5.41
8	1.86	2.31	3.36	5.04
9	1.83	2.26	3.25	4.78
10	1.81	2.23	3.17	4.59
-				
-				
-				
21	1.72	2.08	2.83	3.82
22	1.72	2.07	2.82	3.79
23	1.71	2.07	2.81	3.77
24	1.71	2.06	2.80	3.74
25	1.71	2.06	2.79	3.72

The entries in the table give the critical values of  $t$  for the specified number of degrees of freedom and areas in the right tail.

$n=5$   $n=10$   $n=25$

- $P=0.05$
  - t-faktor =  $2.78(5-1)$
  - t-faktor =  $2.26(10-1)$
  - t-faktor =  $2.06(25-1)$
- Isti postotak od ukupnog broja varijanata – unutar širih granica što je  $n$  manji
- Samo po 2.5 % od svakog kraja distribucije – izvan ovih vrijednosti

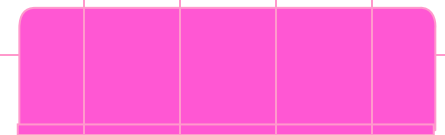
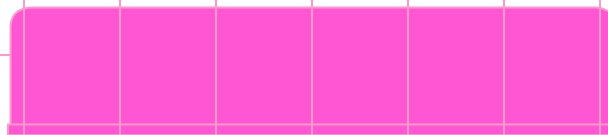
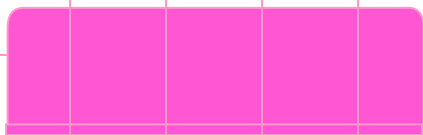


## Mali uzorci određenog n-a

- **Populacija normalno distribuirana**
- **Granice pouzdanosti srednje vrijednosti**

$$\bar{x} - t s_{\bar{x}} \qquad \bar{x} + t s_{\bar{x}}$$

- t - očitava iz tablica uz odgovarajuću vjerojatnost pogreške



# Primjer velikog uzorka

$n = 50$ ,  $s = 1.94 \text{ cm}$  i  $\bar{x} = 17.12 \text{ cm}$

$$s_{\bar{x}} = \frac{1.94}{\sqrt{50}} = 0.274 \text{ cm}$$

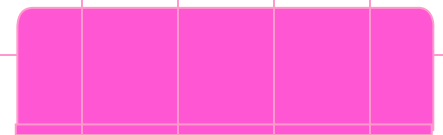
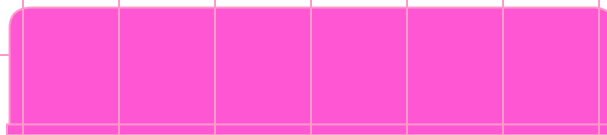
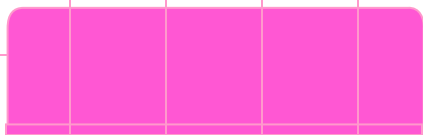
•  $t_{0.05} = 2.01$

•  $t_{0.01} = 2.68$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}$$

$$\bar{x} - \mu = t s_{\bar{x}}$$

$$\bar{x} - t s_{\bar{x}} = \mu$$





# Donja granica pouzdanosti

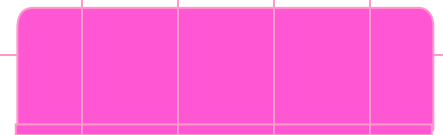
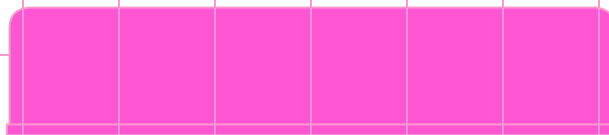
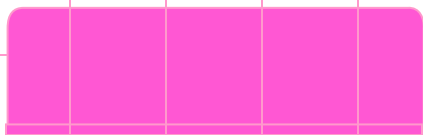
$$\bar{x} - ts_{\bar{x}}$$

- Za p 0.05 iznosi  $17.12 - (2.01 * 0.274) = 17.12 - 0.5507$
- Za p 0.01 iznosi  $17.12 - (2.68 * 0.274) = 17.12 - 0.7343$
  
- Za p 0.05 iznosi 16.57
- Za p 0.01 iznosi 16.38

# Gornja granica pouzdanosti

$$\bar{x} + ts_{\bar{x}}$$

- Za p 0.05 iznosi  $17.12 + (2.01 * 0.274) = 17.12 + 0.5507$
- Za p 0.01 iznosi  $17.12 + (2.68 * 0.274) = 17.12 + 0.7343$
  
- Za p 0.05 iznosi 17.67
- Za p 0.01 iznosi 17.85



# 99%sigurnost ili $p=0.01$ vjerojatnost pogreške

- 99 % sigurnost da prosječna vrijednost uzorka ne odstupa od prave prosječne vrijednosti populacije
- Za: +0.734 cm ili - 0.734 cm ( $0.274*2.68$ )
- 99% prava prosječna vrijednost populacije iz koje je uzorak uzet je između 16.38 i 17.85 cm
- Napokon ispravno izračunane vrijednosti s obzirom na veličinu uzorka

