



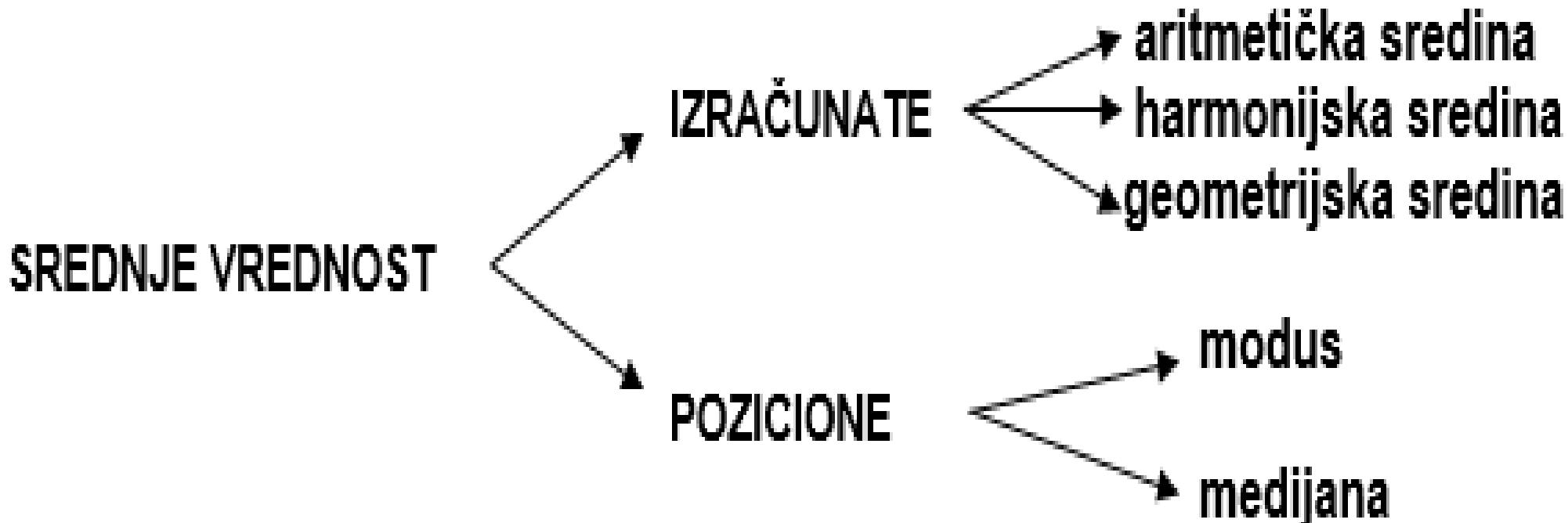
# STATISTIKA

## POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA

- Zbog česte potrebe da se izvrši poređenje različitih serija neophodno je da se statistička serija zameni sa nekoliko karakterističnih vrednosti, koje daju dovoljno informacija o celoj seriji.
- Te karakteristične vrednosti se nazivaju pokazatelji.
- **Pokazatelji statističkih serija se dele na:**
  1. srednje vrednosti ili mere centralne tendencije,
  2. mere varijacije ili mere disperzije i
  3. mere oblika

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - SREDNJE VREDNOSTI



# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - SREDNJE VREDNOSTI

- Srednja vrednost je osnovni numerički pokazatelj statističke serije.
- Prema načinu utvrđivanja srednje vrednosti mogu biti izračunate i pozicione.
- **Izračunate srednje vrednosti** određuju se na bazi svih vrednosti članova serije po određenom pravilu, a čine ih **aritmetička, harmonijska i geometrijska sredina**.
- **Pozicione srednje vrednosti** su vrednosti statističke serije koje zauzimaju određeni položaj u seriji. Ovom grupom su obuhvaćeni **modus i medijana**.

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA – IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- **Aritmetička sredina ( $\bar{x}$ )** je osnovni pokazatelj statističke serije. Izračunava se kao odnos zbira vrednosti numeričkog obeležja i broja elemenata određenog statističkog skupa.
- Najjednostavniji je postupak određivanja aritmetičke sredine za negrupisane podatke, tj. podatke koji se ne ponavljaju - **prosta aritmetička sredina**:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- **Primer 1:** Na jednoj biljci graška sa šest mahuna ustanovljen je sledeći broj zrna:

Broj zrna po mahuni ( $x_i$ ): 3 4 5 6 7 8

Izračunati prosečan broj zrna u mahuni na posmatranoj biljci.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{3+4+5+6+7+8}{6} = 5,5$$

Na posmatranoj biljci graška u mahuni se nalazi u proseku 5,5 zrna.

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- Aritmetička sredina se izražava u istim jedinicama mere kao i obeležje za koje se utvrđuje.
- Aritmetička sredina za numeričko obeležje čije su vrednosti celi brojevi može biti izražena decimalnim brojem.
- Aritmetička sredina ne mora biti jednak ni jednoj vrednosti za koju se izračunava.
- Aritmetička sredina je veća ili jednakaj najnižoj vrednosti i manja ili jednakaj maksimalnoj vrednosti obeležja.
- Zbir odstupanja pojedinih vrednosti od aritmetičke sredine u negativnom smeru jednak je zbiru odstupanja preostalih vrednosti u pozitivnom smeru, tj. **zbir odstupanja vrednosti obeležja od aritmetičke sredine jednak je nuli:** 
$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- U slučaju grupisanih podataka u vidu distribucije frekvencija:

X:  $x_1, x_2, \dots, x_k$

f:  $f_1, f_2, \dots, f_k$

koristi se **ponderisana ili složena aritmetička sredina**:

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_ix_i + \dots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k + \dots + f_k} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

gde je k broj različitih vrednosti obeležja.

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- **Primer 2:** Kod 100 biljaka boranije utvrđen je sledeći raspored broja mahuna:

Tabela 3.1: Raspored biljaka boranije prema broju mahuna na biljci

Broj mahuna	Broj biljaka
3	8
4	12
5	14
6	16
7	17
8	15
9	9
10	5
11	4

Koliko se u proseku mahuna nalazi na biljci boranije?

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- Vrednosti posmatranog obeležja se javljaju sa različitom učestalošću, pa treba odrediti ponderisanu aritmetičku sredinu:

Tabela 3.1a: Radna tabela		
Broj mahuna $x_i$	Broj biljaka $f_i$	$f_i x_i$
3	8	24
4	12	48
5	14	70
6	16	96
7	17	119
8	15	120
9	9	81
10	5	50
11	4	44
-	100	652

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{652}{100} = 6,52$$

Na biljci boranije u proseku se nalazi po 6,52 mahune.

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- Ponderisana aritmetička sredina po svojoj vrednosti uvek teži vrednosti numeričkog obeležja koja ima najveću frekvenciju.
- U slučaju neprekidnog obeležja podaci se daju u vidu intervalne serije. U postupku izračunavanja aritmetičke sredine intervali se zamenjuju njihovim sredinama.
- **Primer 3:** Odrediti prosečnu težinu korena šargarepe u prvoj berbi na osnovu sledeće distribucije:

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

Tabela 3.2: Raspored korena šargarepe prema težini

Težina korena (g)	Broj korena
50,1-55,0	11
55,1-60,0	19
60,1-65,0	27
65,1-70,0	24
70,1-75,0	16
75,1-80,0	8

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{6757,5}{105} = 64,36$$

Traženi prosek izračunava se preko formule:

Prosečna težina korena mrkve u prvoj berbi je 64,36 g.

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

Tabela 3.2a: Radna tabela

Težina korena (g) $x_i$	Broj korena $f_i$	Sredine intervala $x_i$	$f_i x_i$
50,1-55,0	11	52,5	577,5
55,1-60,0	19	57,5	1 092,5
60,1-65,0	27	62,5	1 687,5
65,1-70,0	24	67,5	1 620,0
70,1-75,0	16	72,5	1 160,0
75,1-80,0	8	77,5	620,0
-	105	-	6 757,5

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- Nekad je potrebno odrediti aritmetičku sredinu za podatke koji se odnose na ranije izračunate srednje vrednosti:

$$\begin{aligned}\bar{x}_i &: \bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_l \\ n_i &: n_1, n_2, \dots, n_l\end{aligned}$$

odnosno potrebno je izračunati **aritmetičku sredinu iz aritmetičkih sredina** ili **totalnu aritmetičku sredinu ( $\bar{x}$ )** prema formuli:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^m n_i}$$

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- **Primer 4:** U četiri klanice prosečna dužina polutki tovnih svinja bila je:

Tabela 3.3: Rasporед svinja prema prosečnoj dužini polutki u četiri klanice

Klanica	Prosečna dužina polutki (cm)	Broj svinja
1.	96	150
2.	98	180
3.	99	200
4.	102	170

Odrediti prosečnu dužinu polutki svih zaklanih svinja.

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

Tabela 3.3a: Radna tabela

Prosečna dužina polutki (cm) $\bar{x}_i$	Broj svinja $n_i$	$n_i \bar{x}_i$
96	150	14400
98	180	17640
99	200	19800
102	170	17340
-	700	69180

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^m n_i} = \frac{69180}{700} = 98,83$$

Prosečna dužina polutki svih zaklanih svinja je 98,83 cm.

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- Aritmetička sredina za seriju čiji su članovi relativni brojevi i sama je relativan broj i naziva se **aritmetička sredina iz relativnih brojeva ili prosečan procenat ( $\bar{p}$ )**.
- Uobičajeno je da početni relativni brojevi nemaju iste osnove, pa se prosečan procenat određuje kao ponderisana aritmetička sredina sa osnovama kao ponderima:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i p_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \cdot 100$$

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

- **Primer 5:** Izračunati prosečan procenat neispravnih proizvoda u toku dana, ako je u prvoj smeni izrađeno 1,5% neispravnih proizvoda od ukupno proizvedenih 1200, u drugoj smeni od 1100 izrađenih proizvoda bilo je 2,0% neispravnih i u trećoj smeni među 1000 izrađenih proizvoda 1,7% nije odgovaralo standardima.

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i p_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \cdot 100 = \frac{57}{3300} \cdot 100 = 1,73\%$$

# POKAZATELJI STATISTIČKIH SERIJA - IZRAČUNATE SREDNJE VREDNOSTI – ARITMETIČKA SREDINA

Tabela 3.4: Raspored procenta neispravnih proizvoda po smenama sa radnom tabelom

Smena	Ukupna proizvodnja (komada) $n_i$	% neispravnih $p_i \cdot 100$	$p_i$	$n_i p_i$
I	1200	1,5	0,015	18
II	1100	2,0	0,020	22
III	1000	1,7	0,017	17
-	3300	-	-	57

U toku dana proizvede se u proseku 1,73% neispravnih proizvoda.