



STATISTIKA

TESTIRANJE STATISTIČKIH HIPOTEZA

TESTIRANJE STATISTIČKIH HIPOTEZA

- Statističko zaključivanje na bazi uzoraka pored ocene nepoznatih parametara osnovnog skupa ima za cilj i testiranje statističkih hipoteza.
- *Statistička hipoteza ili pretpostavka je precizno formulisana tvrdnja o karakteristici jednog skupa ili odnosu vrednosti posmatrane karakteristike u više skupova.*
- *Naučni metod provere takvih pretpostavki na osnovu uzorka predstavlja testiranje statističkih hipoteza, a sama procedura statističkim testom.*

TESTIRANJE STATISTIČKIH HIPOTEZA

- Statistički testovi za ispitivanje hipoteza mogu se klasifikovati po više kriterijuma.
- Na osnovu strogosti polaznih uslova testovi se dele na **parametarske i neparametarske testove**.
- Prema sadržaju statističke hipoteze se klasifikuju kao parametarske ili neparametarske.

TESTIRANJE STATISTIČKIH HIPOTEZA

- Parametarske statističke hipoteze se odnose na vrednosti parametara sa poznatom funkcijom raspodele.
- Neparametarske statističke hipoteze se odnose na model raspodele osnovnog skupa.
- U zavisnosti od broja mogućih vrednosti parametara koje obuhvata, hipoteza može biti **prosta ili složena**.

TESTIRANJE STATISTIČKIH HIPOTEZA

- U slučaju proste hipoteze hipotezom se određuje samo jedna hipotetična vrednost parametra skupa.
- U slučaju složene hipoteze hipotezom su obuhvaćene brojne moguće vrednosti parametra skupa.

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

- Postupak provere istinitosti parametarskih hipoteza sprovodi se kroz sledeće etape:

1. Formulišu se **nulta i alternativna hipoteza** i bira **nivo značajnosti, α** .



2. Uzima se slučajan uzorak, i na osnovu analiziranja postavljenog problema bira po istraživačevom mišljenju optimalni test.

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

3. Proverava se da li su ispunjeni preduslovi na kojima se izabrani test zasniva. Ako nisu, prekida se proces testiranja i bira neki drugi test, koji počiva na blažim, ispunjenim uslovima.



4. Izračunava se tzv. **statistika testa**. Određuje se ***p*-vrednost** (alternativno, određuju se tzv. **kritične vrednosti** iz tablica odgovarajućeg rasporeda).



TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

5. Postavlja se **pravilo odlučivanja**. Na osnovu p -vrednosti (alternativno kritičnih vrednosti) donosi se **odluka** o odbacivanju ili neodbacivanju nulte hipoteze.



6. Formuliše se **zaključak**, odnosno daje odgovor na postavljeni problem.

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

Formulisanje nulte i alternativne hipoteze i izbor nivoa značajnosti testa, α

Nulta hipoteza (H_0) je tvrdnja da je neki parametar ili razlika nekih parametara jednaka nuli.

- Nulta hipoteza može biti prosta i složena.
- Nulta hipoteza je prosta ako se njom tvrdi da je parametar jednak tačno jednoj, unapred poznatoj numeričkoj vrednosti, tj. **hipotetičnoj vrednosti**.

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

- Nulta hipoteza je složena ako obuhvata veći broj mogućih vrednosti, npr. $H_0: \mu \leq 300$.
- Bez obzira kako je postavljena, nulta hipoteza uvek sadrži znak jednakosti.
- **Alternativnom hipotezom** (H_1 ili H_a) je definisana suprotna pretpostavka.

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

- Postoje tri osnovna oblika nulte i alternativne hipoteze:

a) $H_0: \theta = \theta_0$ (prosta hipoteza)

$H_1: \theta \neq \theta_0$ (složena hipoteza - **dvosmerna ili dvostrana hipoteza**)

Test koji se primenjuje u ovakvoj situaciji nazivamo **dvosmernim ili dvostranim testom.**

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

b) $H_0: \theta \leq \theta_0$ (složena hipoteza)

$H_1: \theta > \theta_0$ (složena hipoteza - **jednosmerna ili jednostrana hipoteza**)

c) $H_0: \theta \geq \theta_0$ (složena hipoteza)

$H_1: \theta < \theta_0$ (složena hipoteza - **jednosmerna ili jednostrana hipoteza**)

Test koji se primjenjuje u situacijama b) i c) nazivamo **jednosmernim ili jednostranim testom.**

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

- Izbor oblika hipoteze (prosta ili složena) zavisi od prirode samog problema i od pristupa istraživača postavljenom problemu.

Greške pri testiranju i nivo značajnosti testa

- Odluka o prihvatanju ili odbacivanju nulte hipoteze donosi se na osnovu jednog slučajno izabranog uzorka, tj. na osnovu jedne realizovane vrednosti statistike testa i zato može biti i pogrešna.

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

- Moguća su četiri ishoda testiranja hipoteze:
 - a) Nulta hipoteza je istinita i prihvata se.
 - b) Nulta hipoteza nije istinita i odbacuje se.
 - c) Nulta hipoteza je istinita ali se na osnovu informacija iz uzorka odbacuje. Izvedeni zaključak je pogrešan i učinjena je greška I vrste. Verovatnoća ovog događaja naziva se nivoom značajnosti testa i obeležava se sa α .

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

- d) Nulta hipoteza nije istinita, a na osnovu rezultata iz uzorka se ne odbacuje. Izvedeni zaključak je pogrešan, a učinjena je greška II vrste. Verovatnoća greške II vrste obeležava se sa β . Na osnovu ove verovatnoće određuje se moć ili jačina testa ($1-\beta$), koja predstavlja verovatnoću da će se primenom testa odbaciti neistinita hipoteza.

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

- Situacije u kojima se može naći istraživač mogu se prikazati šematski:

	Nulta hipoteza je prihvaćena	Nulta hipoteza je odbačena
Nulta hipoteza je tačna	Ispravna odluka	Greška I vrste
Nulta hipoteza nije tačna	Greška II vrste	Ispravna odluka

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

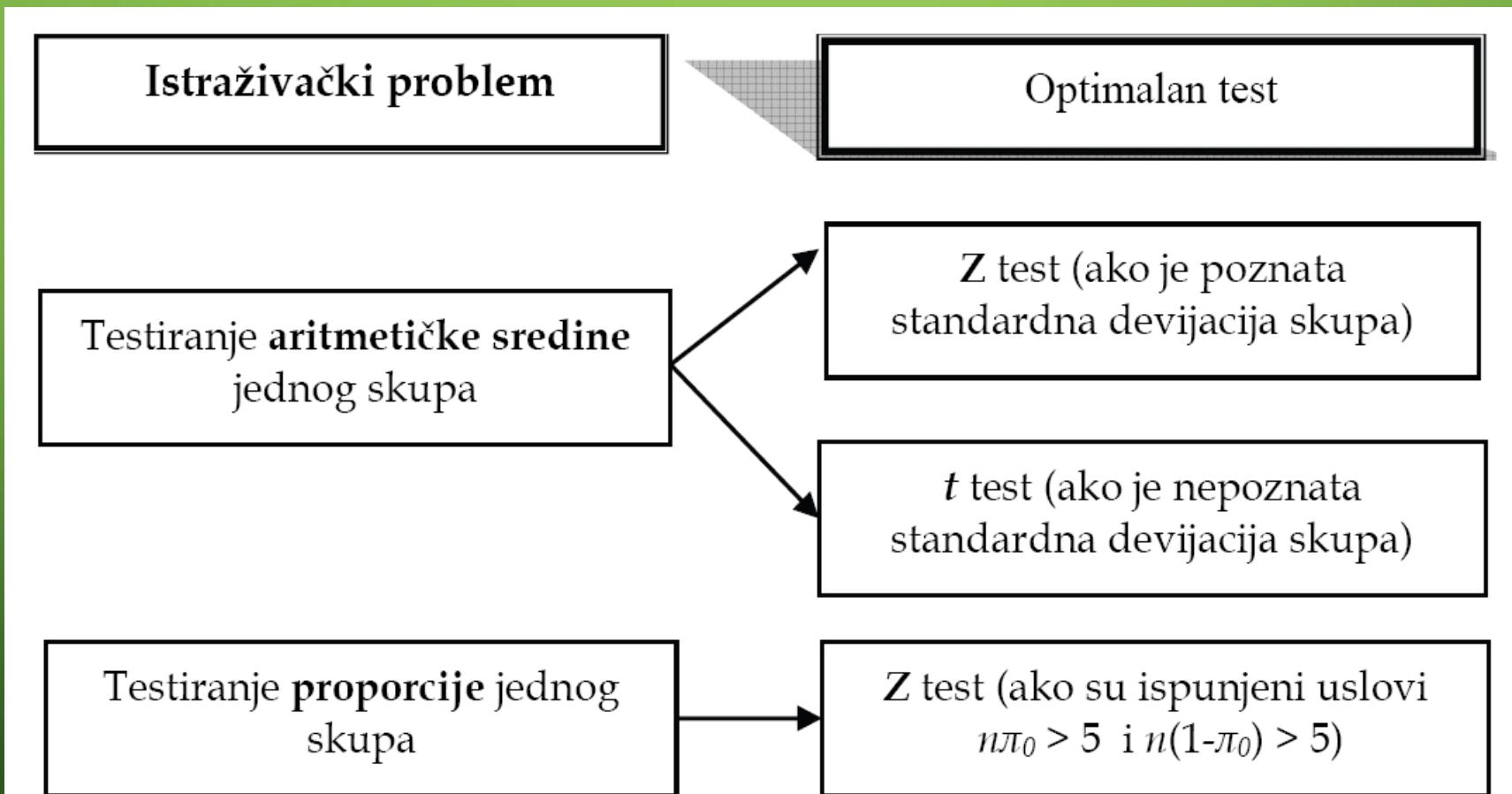
- Prilikom testiranja hipoteza nastojimo da smanjimo oba rizika greške, što ni malo nije lako, jer smanjenje rizika greške I vrste prati porast rizika greške II vrste.
- Oba rizika greške istovremeno se mogu smanjiti jedino ako se poveća obim uzorka.
- Postupak testiranja se sprovodi tako što se unapred fiksira rizik greške I vrste, tj. nivo značajnosti α .
- Uglavnom se koriste dva nivoa značajnosti, 0,05 i 0,01.

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

Izbor statistike testa na kojoj će se zasnovati odluka o prihvatanju ili odbacivanju nulte hipoteze

- U drugoj fazi provere hipoteza vrši se izbor statistike testa, odnosno odgovarajućeg kriterijuma testiranja.
- Ponekad se ista hipoteza može testirati korišćenjem različitih statistika.
- Za proveru postavljene hipoteze treba koristiti onu statistiku koja za isti obim uzorka, za dati nivo značajnosti α i konkretnu alternativnu hipotezu ima veću moć.

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA



TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

p – vrednost

- **p – vrednost** je verovatnoća da statistika testa uzme vrednost jednaku ili još ekstremniju od vrednosti koja se upravo realizovala u uzorku, pod uslovom da je nulta hipoteza tačna.
- Što je **p – vrednost** manja jači su dokazi protiv nulte hipoteze.
- Pravilo odlučivanja na osnovu **p – vrednosti** glasi:

TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

- Ako je p – vrednost manja od nivoa značajnosti α , nulta hipoteza se odbacuje. U suprotnom, nemamo dovoljno argumenata da odbacimo nultu hipotezu.
- Dobijene p – vrednosti se često tumače kao u sledećoj tabeli

p -vrednost $\geq 0,05$	Nemamo dovoljno dokaza protiv H_0
p -vrednost $< 0,05$	Jaki dokazi da je H_0 pogrešna
p -vrednost $< 0,01$	Veoma jaki dokazi da je H_0 pogrešna
p -vrednost $< 0,001$	Izuzetno jaki dokazi da je H_0 pogrešna

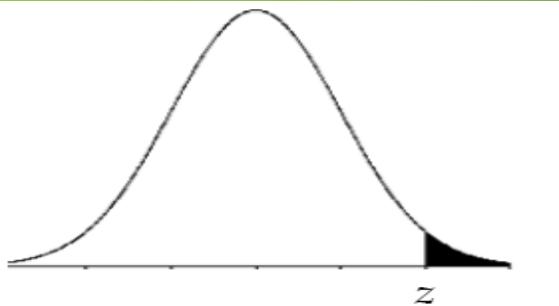
TESTIRANJE PARAMETARSKIH HIPOTEZA

**Alternativna
hipoteza**

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

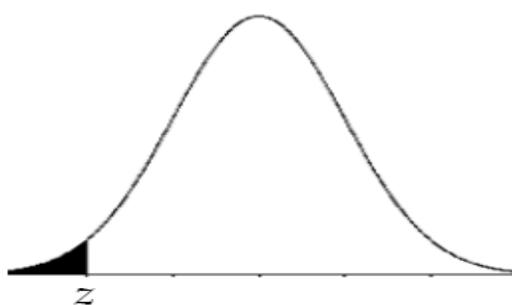
p-vrednost

$$P(Z \geq z)$$



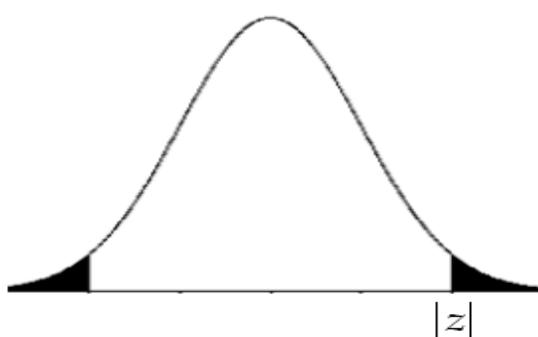
$$H_1 : \mu < \mu_0$$

$$P(Z \leq z)$$



$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

$$2P(Z \geq |z|)$$



Slika 8.2 Izračunavanje p-vrednosti kod Z testa

TESTIRANJE HIPOTEZE ZASNOVANO NA JEDNOM UZORKU

Testiranje hipoteze o aritmetičkoj sredini osnovnog skupa

- Za testiranje hipoteze o aritmetičkoj sredini osnovnog skupa mogu se koristiti dva parametarska testa, Z test i Studentov t test.

Z test

- Uslovi za primenu Z testa:
 1. Osnovni skup ima normalan raspored ili se može primeniti Centralna granična teorema ($n \geq 30$)

TESTIRANJE HIPOTEZE ZASNOVANO NA JEDNOM UZORKU

2. Standardna devijacija osnovnog skupa, σ , je poznata.

Nakon provere uslova za primenu Z testa bira se oblik nulte i alternativne hipoteze:

A) $H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$

B) $H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad H_1 : \mu > \mu_0$

C) $H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad H_1 : \mu < \mu_0$

TESTIRANJE HIPOTEZE ZASNOVANO NA JEDNOM UZORKU

- gde je μ_0 hipotetična vrednost aritmetičke sredine skupa.
- Statistika testa se izračunava prema fomuli:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{X}}}$$

koja ima standardizovan normalan raspored ukoliko je nulta hipoteza istinita.

TESTIRANJE HIPOTEZE ZASNOVANO NA JEDNOM UZORKU

- Studentov t test
- U praksi nam standardna devijacija osnovnog skupa skoro nikada nije poznata. Iz tog razloga σ ocenjujemo na osnovu standardne devijacije uzorka S i na osnovu nje dobijamo ocenu standardne greške $S_{\bar{x}}$
- Tako dobijamo novu statistiku testa, tzv. **statistiku t testa**:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$$

TESTIRANJE HIPOTEZE ZASNOVANO NA JEDNOM UZORKU

- koja ima Studentov t raspored sa $n-1$ stepeni slobode ako je nulta hipoteza tačna.
- U nastavku se bira oblik nulte i alternativne hipoteze:

A) $H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$

B) $H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad H_1 : \mu > \mu_0$

C) $H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad H_1 : \mu < \mu_0$